WEIBULLOVO ROZDĚLENÍ NÁHODNÝCH VELIČIN

Materiály z 64. semináře Odborné skupiny pro spolehlivost,
konaného dne 18. 10. 2016 v Praze

Česká společnost pro jakost, Novotného lávka 5, 110 00 Praha 1, www. csq.cz
© ČSJ 2016

Obsah

Odhad charakteristik náhodné veličiny. Bodové odhady parametrů a některých ukazatelů spolehlivosti Weibullova rozdělení ***3***
RNDr. Anna Mládková, CSc.

Stanovení parametrů Weibullova rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruch v MS Excel ***12***
Ing. Zdeněk Aleš, Ph.D., prof. Ing. Václav Legát, DrSc.

Role NDT v určování zbytkové životnosti průmyslových zařízení ***24***
Tomáš ZAVADIL, ATG (Advanced Technology Group), Ltd.

Metodický postup při prokazování ukazatele bezporuchovosti a životnosti pístových spalovacích motorů ***34***
RNDr. Anna Mládková, CSc.

Odhad charakteristik náhodné veličiny. Bodové odhady parametrů a některých ukazatelů spolehlivosti Weibullova rozdělení

RNDr. Anna Mládková, CSc.

1. Charakteristiky náhodné veličiny

Veličiny sledované v oboru spolehlivosti jsou většinou nezáporné spojité náhodné veličiny (např. doba do poruchy). Hlavními funkčními charakteristikami takové veličiny τ jsou distribuční funkce $F(t)$, hustota pravděpodobnosti $f(t)$, doplněk k distribuční funkci $R(t)$ a intenzita $\lambda(t)$, kde t je reálný parametr, obvykle čas.

Hlavními číselnými charakteristikami takové veličiny τ jsou střední hodnota $E(\tau)$, rozptyl $D^2(\tau)$, směrodatná odchylka $D(\tau)$, variační koeficient $V(\tau) = D(\tau)/E(\tau)$ a α – kvantil t_α.

Funkční a číselné charakteristiky míry spolehlivosti výrobku jsou charakteristikami náhodné veličiny. Má-li náhodná veličina konkrétní význam (např. doba do poruchy), pak její charakteristiky se nazývají ukazatele spolehlivosti.

Ukazatel spolehlivosti má buď rozměr (např. střední doba do poruchy), anebo je bezrozměrný (např. pravděpodobnost bezporuchového provozu).

Z hlediska spolehlivosti má výrobek řadu vlastností, které lze popsat pomocí ukazatelů spolehlivosti vhodných sledovaných veličin.

Výše zmíněné charakteristiky mají pro konkrétní náhodnou veličinu speciální názvy. Např. sledujeme-li náhodnou veličinu „dobu do poruchy“, pak nazýváme $F(t)$ pravděpodobnost poruchy, $R(t)$ pravděpodobnost bezporuchového provozu (někdy též funkce spolehlivosti, funkce bezporuchovosti apod.), $f(t)$ hustota pravděpodobnosti poruchy, $\lambda(t)$ intenzita poruch, $E(\tau)$ střední doba do poruchy, $D(\tau)$ směrodatná odchylka doby do poruchy, $D^2(\tau)$ rozptyl doby do poruchy, $V(\tau)$ variační koeficient doby do poruchy a t_α, tj. α – kvantil doby do poruchy.

1. Odhad charakteristik

V praxi je nutno získat data o funkčních nebo číselných charakteristikách na základě konečného počtu n pozorovaných hodnot příslušné náhodné veličiny τ (tj. na základě tzv. náhodného výběru). Jde pak o odhad teoretické charakteristiky pomocí empirické charakteristiky.

Pro odhad charakteristik spolehlivosti se rozeznávají dvě metody podle toho, zdali se předpokládá buď určitý typ rozdělení pravděpodobnosti příslušné náhodné proměnné, pak se jedná o parametrickou metodu, anebo nikoli, pak se jedná o neparametrickou metodu. Kromě toho se rozlišuje tzv. bodový odhad, vyjádřený jednou hodnotou příslušné charakteristiky a tzv. intervalový odhad, vyjádřené intervalem hodnot, který se zvolenou pravděpodobností pokryje teoretickou hodnotu uvažované charakteristiky.

V případě neparametrické hodnoty se nepředpokládá žádný konkrétní typ rozdělení pravděpodobnosti sledované náhodné veličiny τ, nýbrž bodový odhad určitých ukazatelů spolehlivosti se vypočte přímo z výsledků n pozorování náhodné veličiny τ.

V případě parametrické metody se vychází z předpokladu určitého tvaru distribuční funkce $F(t)$ sledované náhodné proměnné τ, která obsahuje jednu nebo více konstant, tzv. parametrů příslušného rozdělení.

Nejdříve se vypočte z výsledků *n* pozorování bodový odhad parametru (parametrů) teoretického modelu. Tento odhad se pak dosadí do vzorce pro různé ukazatele spolehlivosti a získá se bodový odhad příslušného ukazatele.

Vzhledem ke skutečnosti, že bodový odhad je funkcí pozorovaných hodnot sledované náhodné veličiny, je zatížen chybou, jejíž velikost je tím menší, čím je větší rozsah náhodného výběru (tj. počet pozorování) *n.*

Přesnost, s jakou bodový odhad určuje parametr teoretického modelu, je dána konfidenčním intervalem; jde pak o intervalový odhad.

Konfidenční interval pro parametr Θ je ohraničen konfidenčními mezemi (Θ_D, Θ_H), uvnitř kterých leží neznámý parametr Θ s předem zvolenou vysokou pravděpodobností γ. Platí

$$P(\Theta_D < \Theta < \Theta_H) = \gamma$$

Pravděpodobnost γ se nazývá konfidenční úroveň, hladina nebo koeficient.

Při získávání údajů pro odhady charakteristik je nutno postupovat podle určitých pravidel. Souhrn těchto pravidel se nazývá zkušební plán, který udává zejména způsob sledování výrobku, počet sledovaných výrobků, postup obnovy po poruše výrobku a způsob ukončení sledování výrobků [1].

2. Zkušební plán

zpravidla obsahuje tyto tři základní údaje:

- **rozsah výběru *n* nebo počet zkoušených (sledovaných) výrobků),**
- způsob zacházení s porušenými výrobky po poruše, tzn. nahrazení novým výrobkem nebo jeho opravou (označení *M*) nebo nenahrazení výrobku (označení *U*), způsob ukončení zkoušky (sledování) po uplynutí určité doby *t* nebo po výskytu určitého počtu poruch *r*.

Nejobvyklejší typy typy zkušebních plánů se označují takto:

[*n, U, n*]

[*n, U, t*] [*n, M, t*]

[*n, U, r*] [*n, M, r*]

Jejich podrobnější popis a aplikace jsou uvedeny v pramenech [1] a [2]. V níže uvedené tabulce 1 je přehledně zpracováno nejvhodnější použití jednotlivých zkušebních plánů.

3. Zkoušky spolehlivosti

Zkoušení spolehlivosti je základním experimentálním prostředkem k určení (odhadu) nebo ověření úrovně spolehlivosti výrobku v podobě číselných hodnot jednotlivých ukazatelů pro dílčí vlastnosti spolehlivosti. Znalost těchto hodnot v závislosti na základních ovlivňujících faktorech umožňuje řešit široký okruh problémů, mezi něž především patří

- zjištění kritických prvků a možnost provedení nápravných opatření, aby se odstranila nevyhovující poruchovost výrobku,
- prověrka výpočtů a prognóz, provedených v etapách návrhu a konstrukce výrobku,

- prověření kvality technologického procesu ve výrobě,
- využití racionálního systému držby a plánovaných oprav,
- prokázání požadovaných ukazatelů spolehlivosti, zvláště v etapě návrhu, konstrukce, vývoje a výroby,
- získání podkladů k hodnocení spolehlivosti výrobku pro jeho přejímku.

Zkoušky spolehlivosti, zejména bezporuchovosti, nenahrazují jiné typy zkoušek (jako např. zkoušky technických parametrů, zkoušky provozuschopnosti výrobku v extrémních podmínkách apod.). Při zkoušení prvků výrobku se musí k výpočtu ukazatelů spolehlivosti uvést i blokový diagram spolehlivosti.

Zkoušky spolehlivosti lze aplikovat na hodnocení

- vývojových modelů nebo prototypů,
- ověřovacích sérií a
- výrobních prototypů.

Členění zkoušek spolehlivosti

Zkoušky spolehlivosti se mohou obecně dělit z hlediska

(a) účelu provedení,
(b) dílčí vlastnosti spolehlivosti a
(c) doby trvání zkoušek.

Podle účelu provedení se rozeznávají tři hlavní druhy zkoušek, a to

(a) určovací (odhadovací),
(b) ověřovací a
(c) srovnávací.

S ohledem na dílčí vlastnosti spolehlivosti se zkoušky dělí např. na

(a) zkoušky bezporuchovosti,
(b) zkoušky pohotovosti,
(c) zkoušky životnosti a
(d) udržovatelnosti.

Podle místa zkoušky se zkoušky spolehlivosti provádějí jako

(a) laboratorní nebo
(b) v provozu.

Podle doby nutné pro získání požadovaných informací spolu s použitými podmínkami zkoušky se zkoušky klasifikují jako

(a) normální a
(b) zrychlené.

Podrobnější informace o zkouškách spolehlivosti je možné získat z pramenu [2].

3.1 Určovací zkoušky spolehlivosti

Určovací zkoušky spolehlivosti jsou definovány jako experimentální stanovení ukazatelů spolehlivosti ve formě bodových či intervalových odhadů, které slouží jako podklad pro formulaci nebo zpřesnění požadavků na spolehlivost v technických podmínkách daného výrobku. Tohoto typu zkoušek může být také využito

- k odhalení nespolehlivých prvků, nedostatků konstrukčního řešení a technologie výroby,

- pro návrh nápravných opatření za účelem zvýšení spolehlivosti výrobků,
- pro stanovení a případné upřesnění jednotlivých cyklů systému údržby a plánovaných oprav,
- k upřesnění souboru náhradních dílů,
- k upřesnění doby záběhu výrobku,
- ke zjištění zákona rozdělení jednotlivých náhodných veličin, nezbytných k odhadu ukazatelů spolehlivosti.

Výchozími podklady pro plánování určovacích zkoušek je tzv. zkušební plán a přehled určovaných ukazatelů spolehlivosti s uvedením přesnosti jejich odhadu na základě stanovené konfidenční úrovně.

3.2 Ověřovací zkoušky spolehlivosti

Tento typ zkoušek je definován jako experimentální ověření, zda číselné hodnoty ukazatelů spolehlivosti souhlasí s požadavky. Jejich realizace je podmínkou pro prokázání ukazatelů spolehlivosti nebo pro přejímku výrobků odběratele.

Výchozími podklady pro ověřovací zkoušky spolehlivosti jsou opět tzv. zkušební plán a přehled ověřovaných ukazatelů, ovšem s uvedením jejich přípustných a nepřípustných hodnot.

Dle výsledků zkoušek se rozhodne, zda výrobek splňuje či nesplňuje požadovanou úroveň spolehlivosti. Nemělo by se však zůstat jen u pouhého konstatování. Příčiny a důsledky každé poruchy by se měly prošetřit a následná nápravná opatření by měla vést k jejich odstranění.

Pro potřebu přejímky musí být zkušební plán doprovázen i určitým pravidlem pro rozhodování o přijetí či zamítnutí výrobku, včetně stanovených rizik dodavatele a odběratele.

Souhrnným názvem pro zkušební plány a kritéria rozhodování jsou přejímací plány. Jsou to vědecky založené postupy pro přejímku výrobků, které stanovují, kolik výrobků zkoušet, jak dlouho a jaká kritéria zvolit, aby rizika chybného rozhodování byla malá a známá.

3.3 Srovnávací zkoušky

Tento typ zkoušek je určen pro vzájemné porovnání dvou ukazatelů spolehlivosti na základě experimentálních dat.

3.4 Plánování určujících, ověřovacích nebo srovnávacích zkoušek

Při plánování spolehlivostních zkoušek je nutno přihlížet k pravděpodobnostní povaze studovaných jevů a ke statistické povaze výsledků zkoušek. Při hodnocení výsledků zkoušek za účelem získání empirických odhadů různých ukazatelů spolehlivosti, které charakterizují posuzované soubory výrobků, se postupuje parametrickou nebo neparametrickou metodou.

Aby bylo možno správně vyhodnotit výsledky zkoušek pomocí matematické statistiky, je nezbytné splnit některé základní podmínky při výběru zkoušených výrobků, a to

- Posuzované soubory výrobků by měly být homogenní, tzn. že by měly být rovnocenné z hlediska konstrukčního a technologického řešení a jejich výroba by měla probíhat za ustálených podmínek.

- Výrobky určené ke zkoušení by se měly z posuzovaného souboru vybrat náhodným způsobem, a to podle dohody nebo za účasti odběratele.
- Výrobky by měly být zkoušeny za stejných podmínek, což znamená i rovnocennou obsluhu a dodržování systému údržby a plánovaných oprav.

Při plánování zkoušek by se měl vzít zřetel i na náklady spojené s jejich provedením a na finanční možnosti. Pomocí teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky se proto určuje minimální počet výrobků tak, aby z hlediska požadavků kladených na výsledky zkoušek byly získány informace s dostatečnou pravděpodobností a přesností. Stanovení minimálního rozsahu výběru se provádí buď parametrickou nebo neparametrickou metodou.

Minimální počet zkoušených výrobků pro uvedené zkušební plány a pro Weibullovo rozdělení náhodné veličiny je uveden v tabulce 2.

4. Výpočet ukazatelů spolehlivosti na základě experimentálních údajů z určovacích zkoušek spolehlivosti

Tento výpočet se provádí buď parametrickou, anebo neparametrickou metodou.

Příslušný empirický odhad ukazatelů spolehlivosti se vypočte jako jedna hodnota, tzv. bodový odhad, nebo jako interval hodnot, tzv. konfidenční interval.

Jednotlivé výpočtové vzorce pro bodové a intervalové odhady, ať už parametrickou nebo neparametrickou metodou, jsou uvedeny v prameni [1]. Podrobnější informace jsou uvedeny v normě [3].

U tohoto druhu zkoušek lze v některých případech upravit postup výpočtu jednostranné konfidenční meze do jednoduché formy ověřovacího postupu k prokazování požadované hodnoty ukazatele spolehlivosti s určitou úrovní konfidence při přípustném počtu poruch $c = 0$. V tomto případě je potom možné odvodit minimální počet výrobků, případně celkovou dobu zkoušky, během které se nesmí vyskytnout žádná porucha, a to k prokázání, že neznámá (hledaná) hodnota ukazatele spolehlivosti je lepší než požadovaná hodnota s velkou pravděpodobností.

Uvedený postup je velice vhodný např. při volbě ukazatele pravděpodobnosti $R(t_z)$ bezporuchového provozu během zkušební doby $(0, t_z)$.

5. Přejímací plány

Výběrové přejímací plány, založené na základě teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky, jsou z hlediska posuzování spolehlivosti výrobků nebo jejich prvků analogické k přejímacím plánům ve vstupní, pooperační a výstupní kontrole kvality ve výrobě.

Rozdíl spočívá v tom, že přejímka z pohledu kvality je založena na testování hypotéz o parametru p, rovnajícímu se podílu vadných výrobků v dodávce, pomocí počtu vadných výrobků ve výběru, zatímco přejímka z hlediska spolehlivosti je založena na testování hypotéz o určitém ukazateli spolehlivosti, např. o parametru λ, rovnajícímu se intenzitě poruch (nebo parametru Θ, rovnajícímu se střední době mezi poruchami), příp. o pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(t)$ v dodávce pomocí počtu poruch, vyskytujících se ve zkušebním výběru během dané zkušební doby.

Na základě časových výběrových zkoušek, které z ekonomických důvodů musí být omezeného rozsahu co do počtu výrobků a délky zkušební doby, se má rozhodnout,

zda požadavky, kladené na spolehlivost výrobků, jsou splněné či nikoli a zda se má výrobek nebo celý soubor (dodávka) výrobků přijmout či zamítnout.

Přejímací plány je možno klasifikovat podle tří základních hledisek s jejich vzájemnou kombinací.

(a) Podle znalosti typu rozdělení příslušné sledované veličiny rozlišujeme

- parametrické a
- neparametrické přejímací plány.

(b) Podle toho, je-li sledován počet poruch výrobku nebo určitá měřená veličina součásti, např. rychlost nebo rozsah opotřebení, která při dosažení stanovené mezní hodnoty způsobí poruchu výrobku, se přejímací plány dělí na

- přejímací plány srovnáváním a
- přejímací plány měřením.

c) Podle počtu výrobků, abychom rozhodli o přijetí či zamítnutí přejímaného souboru výrobků, rozeznáváme přejímací plány

- jedním výběrem,
- dvojím výběrem,
- několikerým výběrem a
- sekvenčním (postupným) výběrem.

Přejímací plány se stanovují na základě požadavku na jejich účinnost. Účinností přejímacího postupu přitom rozumíme schopnost postupu správně rozlišovat mezi dodávkami výrobků vyhovujících a nevyhovujících požadavkům na ukazatele spolehlivosti, a to pomocí tzv. operativní charakteristiky.

5.1 Rozhodovací kritéria a operativní charakteristika

Na základě ověřovacích zkoušek spolehlivosti je nutno rozhodnout, zda požadované (přípustné) hodnoty ukazatelů spolehlivosti byly dosaženy či nikoli. Toto rozhodnutí se provádí na základě tzv. rozhodovacího kritéria, které je součástí přejímacího plánu, a je vždy vztaženo k výběrovému ukazateli, jímž. Např. může být počet poruch r ve výběru rozsahu n, nebo výběrová střední doba mezi poruchami $\bar{t}$ nebo výběrové ukazatele sledované veličiny (např. rozsah nebo rychlost opotřebení), pomocí které je možno nepřímo ověřit příslušné ukazatele spolehlivosti.

Správnost rozhodnutí o splnění či nesplnění požadovaných ukazatelů spolehlivosti je však spojeno, s ohledem na statistický charakter výběru, s určitými riziky jak výrobce (dodavatele), tak i uživatele (odběratele).

Pravděpodobnost, že přejímací postup povede k nesprávnému rozhodnutí v případě, že požadovaná (přípustná) hodnota ověřovaného ukazatele platí (tj. že výběrový ukazatel nesplňuje rozhodovací kritérium, ale spadá do kritické oblasti), představuje riziko dodavatele α. Naproti tomu pravděpodobnost, že přejímací postup povede k nesprávnému rozhodnutí v případě, že platí nepřípustná hodnota ověřovaného ukazatele (tzn. že výběrový ukazatel splňuje rozhodovací kritérium), představuje riziko odběratele β.

Rizika α a β s přípustnou a nepřípustnou hodnotou ukazatele spolehlivosti jednoznačně určují rozsah a délku zkoušky a přejímací kritérium.

Vztah mezi hodnotou ověřovaného ukazatele spolehlivosti (obecně označovaného p) a pravděpodobností rozhodnutí přijmout soubor výrobků s danou hodnotou

ukazatele je dán operativní charakteristikou přejímacího plánu (označovaného jako *L(p).*

5.2 Parametrické přejímací plány

Parametrické přejímací plány, založené na Weibullově rozdělení číselných hodnot ověřovaných ukazatelů spolehlivosti, jsou obsaženy v normě [4]. Jejich hlavní typy jsou uvedeny v tabulce 3.

5.3 Neparametrické přejímací plány

Neparametrické přejímací plány nepředpokládají žádné informace o typu rozdělení *F(t).* Jsou vhodné zejména pro ověřování požadované pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(t_z)$ během zkušební doby (0, t_z).

5.4 Statistická přejímka srovnáváním

Při statistické přejímce srovnáváním, kdy se při kontrole nebo zkoušení rozlišují výrobky vyhovující a nevyhovující, je přejímací kritérium dáno číslem, které udává nejvýše přípustný počet nevyhovujících výrobků (či poruch) *c* ve výběru.

Při aplikaci těchto přejímacích plánů k ověřování bezporuchovosti se vlastně jedná o neparametrické přejímací plány.

Výhodou přejímky srovnáváním je její jednoduché použití v praxi. Její nevýhodou jsou však značné rozsahy výběrů.

5.5 Statistická přejímka měřením

Při statistické přejímce měřením se číselné hodnoty vhodně zvolené sledované veličiny (pro nepřímé posouzení ukazatele spolehlivosti, zejména životnosti), získané v průběhu zkoušky na určitém počtu výrobků, využívají k posouzení, zda-li požadavky na podíl výrobků mimo tolerance v základním souboru jsou splněny či nikoli.

Statistické přejímky měřením lze s výhodou použít k prokazování ukazatelů životnosti zejména tam, kde dochází k systematickému zhoršování technického stavu výrobku (např. opotřebením součástí).

6. Bodové odhady parametrů a některých ukazatelů spolehlivosti Weibullova rozdělení

Nejpoužívanější rozdělení pro analýzu dat o době života je dvouparametrické Weibullovo rozdělení. Je charakterizováno dvěma parametry *a* a *b*. První z nich *a* je tzv. parametr měřítka nebo též charakteristická doba života a druhý *b* je parametr tvaru. Ten naznačuje rychlost změny okamžité intenzity poruch s časem; může se jednat o období časných poruch, období náhodných poruch či období poruch opotřebením.

Vzhledem ke skutečnosti, že intenzita má tvar bt^{b-1}/a, což pro $b \leq 1$ nebo $b > 1$ vyjadřuje klesající, konstantu nebo rostoucí funkci t, Weibullovo rozdělení poskytuje široké možnosti při analytickém vyjádření distribuční funkce, a to jak doby do poruchy, tak i doby na opravu či doby prostojů.

Weibullovo rozdělení s parametrem b > 1 je vhodný jako model bezporuchovosti, příp. životnosti neobnovovaných výrobků jako jsou válce motoru, pístní kroužky,

valivá ložiska, různé elektronické prvky nebo různé mechanické prvky, které podléhají únavovému poškození, korozi, opotřebení apod. Pro výrobky, které ještě nejsou dokonale zvládnuty konstrukčně, technologicky nebo výrobně se často hodí Weibullovo rozdělení s parametrem $b < 1$. Případ $b = 1$ dává exponenciální rozdělení s konstantní intenzitou poruch.

Vzorce pro bodové odhady parametrů Weibullova rozdělení jsou uvedeny v tab. 8 [1], vzorce pro bodové odhady některých ukazatelů spolehlivosti je možné nalézt v tabulce 12 [1].

Tabulka 1: Nejvhodnější použití zkušebních plánů

Zkušební plán	Určovaný nebo ověřovaný ukazatel spolehlivosti	Rozdělení náhodné veličiny
[*n, U, n*]	- střední doba do poruchy - střední doba mezi poruchami - pravděpodobnost bezporuchové provozu - střední technický život - gamaprocentní technický život	normální, exponenciální, Weibullovo, lognormální
[*n, U, t*]	- střední doba do poruchy - střední doba mezi poruchami - pravděpodobnost bezporuchové provozu - střední technický život	normální, exponenciální, Weibullovo
[*n, U, r*]	- pravděpodobnost bezporuchové provozu - gamaprocentní technický život	neznámé
[*n, M, t*]	- střední doba do poruchy - střední doba mezi poruchami	exponenciální
[*n, M, r*]	- střední doba do poruchy - střední doba mezi poruchami	exponenciální
[*n, M, r*]	- koeficient pohotovosti	neznámé

Tabulka 2: Vzorce pro výpočet minimálního rozsahu výběru z hlediska zkoušek spolehlivosti pro Weibullovo rozdělení náhodné veličiny

Zkušební plán	Vzorce pro výpočet
[*n, U, n*]	$\frac{2n}{\chi^2_\alpha(2n)} = \sigma + 1$ kde $= \alpha$ - kvantil rozdělení χ^2 o $\nu = 2n$ stupních volnosti n = rozsah výběru σ = relativní chyba bod. odhadu ukazatele spolehlivosti b = parametr tvaru Weibullova rozdělení
[*n, U, t*]	$n = [(u_{1-\alpha}) / \sigma]^{2b} \cdot 1 / [1 - \exp(- t^b / \bar{t})]$ kde $u_{1-\alpha} = 1 - \alpha$ kvantil normovaného normálního rozdělení

Tabulka 3: Přehled hlavních přejímacích plánů založených na Weibullově rozdělení

Požadovaný ukazatel spolehlivosti	Typ plánu	Přejímací plán		Použití
		Vstupní veličiny	Výstupní veličiny (rozhod. kritéria)	
Střední doba do poruchy (mezi poruchami) Θ	1	b, t_z, Θ_1, Θ_2 α, β	n, c	Přejímání dávek prvků výrobku mezi odběratelem a dodavatelem
Inntenzita poruch $\lambda(t)$	2	b, t_z, Θ_2 $1 - \sigma$	n, $c = 0$	Přejímání složitějších zařízení
Inntenzita poruch $\lambda(t)$	3	b, t_z, $\lambda_1(t)$ $\lambda_2(t)$, β	n, c	Přejímání dávek součástí a konstrukčních skupin
Pravděpodobnost bezpor. provozu $R(t_p)$ pro danou provozní dobu t_p	4	b, t_p, t_z, $R_D(t_p)$	n, $c = 0$	Vývojové a ověřovací zkoušky

7. Závěr

Tento příspěvek uvádí přehled, jak získávat údaje pro odhad charakteristik náhodných veličin, co to jsou zkoušky spolehlivosti a jak se plánují. Dále uvádí přejímací plány založené na Weibullově rozdělení. Praktická aplikace Weibulova rozdělení s využitím dat o poruchovosti naftových motorů je obsahem druhého příspěvku.

8. Použitá literatura

[1] ČSN 01 0103 Výpočet ukazatelů spolehlivosti dvoust. soustav. – ÚNMZ, Praha. – 1975.

[2] ČSN IEC 60300-3-5 Management spolehlivosti – Část 3-5: Návod k použití – Podmínky při zkouškách bezporuchovosti a principy statistických testů. – ČNI, Praha. 2002.

[3] ČSN 01 0611 Spolehlivost v technice. Pravidla pro stanovení bodových a intervalových odhadů ukazatelů spolehlivosti. Parametrické metody. – ÚNMZ, Praha. – 1983.

[4] ČSN 01 0651 Spolehlivost v technice. Přejímací plány srovnáváním jedním výběrem založené na Weibullově rozdělení doby bezporuchového provozu. - ÚNMZ, Praha. – 1980.

[5] ČSN EN 61649 Weibullova analýza. – ÚNMZ, Praha. – 2009.

Kontakt:

RNDr, Anna Mládková, CSc.

Česká společnost pro jakost

GSM: +420 606 657 484

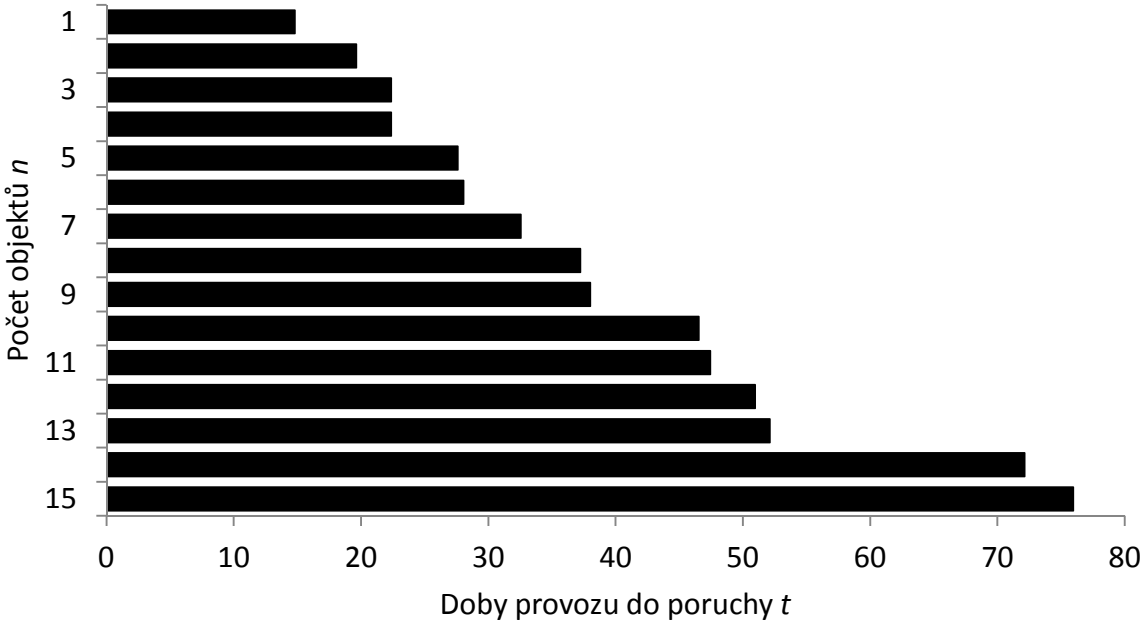
e-mail: anna.mladkova@centrum.cz

Stanovení parametrů Weibullova rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruch v MS Excel

Ing. Zdeněk Aleš, Ph.D.
prof. Ing. Václav Legát, DrSc.

1. Úvod

Poměrně často využívaným teoretickým rozdělením pravděpodobnosti při řešení otázek v oblasti spolehlivosti je Weibullovo rozdělení. Toto rozdělení bývá aplikováno k modelování dat bez ohledu na to, zda je intenzita poruch stoupající, klesající či konstantní. Weibullovo rozdělení je pružné a přizpůsobivé pro data v širokém rozsahu. U všech objektů je třeba zaznamenávat dobu do poruchy, cykly do poruchy, přepravní vzdálenost, mechanické namáhání nebo obdobné spojité parametry.
Způsob zpracování dat v příspěvku je zaměřen na úplné soubory a je demonstrován na simulovaných datech dob provozu do poruchy *t* (Obrázek 1 a Tabulka 1). Do této skupiny patří případy, kdy v průběhu sledovaného období (doby provozu) dojde u všech sledovaných objektů k poruše.



Obr. 1 Úplný, necenzurovaný soubor hodnot dob provozu do poruchy t

Tab. 1 Simulovaná data o dobách provozu do poruchy *t*

Objekt	1	2	3	4	5	6	7	8
Doba provozu do poruchy *t*	14,79	19,63	22,36	22,37	27,59	28,05	32,55	37,23
Objekt	9	10	11	12	13	14	15	
Doba provozu do poruchy *t*	38,00	46,54	47,43	50,97	52,11	72,13	75,94	

2. Bodový odhad parametrů Weibullova rozdělení

Při zjišťování bodového odhadu parametrů Weibullova rozdělení se v zásadě postupuje v několika krocích:

- Vzestupné uspořádání vstupních dat,
- Bernardova aproximace,
- Dosazení do upravené distribuční funkce *F(t),*
- Lineární regrese – rovnice přímky,
- Výpočet parametru tvaru □ a měřítka □ Weibullova rozdělení.

Nejdříve je nutné jednotlivé hodnoty uspořádat vzestupně v pořadí *i* = 1, 2, 3, … *n*. Pro odhad distribuční funkce *F(t)* se používá pořadové statistiky s označením mediánové pořadí (Tabulka 2). Zpravidla se pro výpočet mediánového pořadí používá Bernardova aproximace:

$$F_i(t) = \frac{i - 0{,}3}{n + 0{,}4} \tag{1}$$

kde: $F_i(t)$ - odhad mediánové hodnoty (-),
i – počet pořadové číslo doby provozu do poruchy *t*,
n – rozsah výběru.

Následně je použita lineární regrese, která představuje aproximaci daných hodnot přímkou metodou nejmenších čtverců. Následující vztahy reprezentují odvození výpočtů parametru tvaru □ a parametru měřítka □ Weibullova rozdělení z distribuční funkce *F(t)*:

$$F(t) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \tag{2}$$

$$1 - F(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \tag{3}$$

$$ln[1 - F(t)] = -\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha} \tag{4}$$

$$ln\left[\frac{1}{1 - F(t)}\right] = \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha} \tag{5}$$

$$ln\left\{ln\left[\frac{1}{1-F(t)}\right]\right\} = \alpha \cdot \ln(t) - \alpha \cdot ln(\beta) \quad (6)$$

Tab. 2 Bernardova aproximace funkce $F_i(t)$ a výpočet hodnot pro osu *x* a *y* dob provozu do poruchy *t*

Pořadové číslo *i*	**Doba provozu do poruchy** ***t***	**Bernardova aproximace** $F_i(t)$	$x_i = \ln(t)$	$y_i = \ln\{-\ln[1-F_i(t)]\}$
1	14,79	0,045	2,6937	-3,0679
2	19,63	0,110	2,9769	-2,1458
3	22,36	0,175	3,1072	-1,6463
4	22,37	0,240	3,1075	-1,2918
5	27,59	0,305	3,3175	-1,0103
6	28,05	0,370	3,3339	-0,7717
7	32,55	0,435	3,4829	-0,5603
8	37,23	0,500	3,6171	-0,3665
9	38,00	0,565	3,6376	-0,1836
10	46,54	0,630	3,8403	-0,0061
11	47,43	0,695	3,8592	0,1713
12	50,97	0,760	3,9312	0,3549
13	52,11	0,825	3,9534	0,5545
14	72,13	0,890	4,2785	0,7902
15	75,94	0,955	4,3300	1,1285

	A	B	C	D	E
1	**Pořadové číslo *i***	**Doba provozu do poruchy *t***	**Bernardova aproximace F_i**	**$x = \ln(t)$**	**$y = \ln\{-\ln[1-F_i(t)]\}$**
2	1	14,78	=(A2-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B2)	=LN(-LN(1-C2))
3	2	19,62	=(A3-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B3)	=LN(-LN(1-C3))
4	3	22,35	=(A4-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B4)	=LN(-LN(1-C4))
5	4	22,36	=(A5-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B5)	=LN(-LN(1-C5))
6	5	27,59	=(A6-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B6)	=LN(-LN(1-C6))
7	6	28,04	=(A7-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B7)	=LN(-LN(1-C7))
8	7	32,55	=(A8-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B8)	=LN(-LN(1-C8))
9	8	37,23	=(A9-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B9)	=LN(-LN(1-C9))
10	9	37,99	=(A10-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B10)	=LN(-LN(1-C10))
11	10	46,54	=(A11-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B11)	=LN(-LN(1-C11))
12	11	47,42	=(A12-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B12)	=LN(-LN(1-C12))
13	12	50,96	=(A13-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B13)	=LN(-LN(1-C13))
14	13	52,11	=(A14-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B14)	=LN(-LN(1-C14))
15	14	72,13	=(A15-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B15)	=LN(-LN(1-C15))
16	15	75,94	=(A16-0,3)/(A16+0,4)	=LN(B16)	=LN(-LN(1-C16))

Obr. 2 Bernardova aproximace funkce $F_i(t)$ a výpočet hodnot pro osu x a y dob provozu do poruchy t v MS Excel

Po jednoduchých matematických úpravách a dvojím logaritmování lze distribuční funkci *F(t)* transformovat do tvaru rovnice přímky:

$$y = k \cdot x + q \tag{7}$$

kde: *y* – závisle proměnná,
x – nezávisle proměnná,
k – směrnice přímky, sklon,
q – průsečík přímky s osou *y*, absolutní člen.

Osy *x* a *y* jsou reprezentovány vztahy:

$$x = \ln(t) \tag{8}$$

$$y = ln\left\{ln\left[\frac{1}{1 - F_i(t)}\right]\right\} \tag{9}$$

Pro zjištění rovnice přímky je použita metoda nejmenších čtverců, kdy je nezbytné vyřešit soustavu normálních rovnic:

$$n \cdot q + k \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{10}$$

$$q \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i + k \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i \tag{11}$$

Potom, koeficienty *k* a *q* lze vypočítat následovně:

$$k = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \tag{12}$$

$$q = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} = \overline{y_\iota} - k \cdot \overline{x_\iota} \tag{13}$$

Tab. 3 Vypočítané hodnoty metodou nejmenších čtverců

n	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	2,694	-3,068	7,256	9,412	-8,264
2	2,977	-2,146	8,862	4,605	-6,388
3	3,107	-1,646	9,655	2,710	-5,115
4	3,108	-1,292	9,657	1,669	-4,014
5	3,318	-1,010	11,006	1,021	-3,352
6	3,334	-0,772	11,115	0,595	-2,573
7	3,483	-0,560	12,130	0,314	-1,951
8	3,617	-0,367	13,084	0,134	-1,326
9	3,638	-0,184	13,232	0,034	-0,668
10	3,840	-0,006	14,748	0,000	-0,023
11	3,859	0,171	14,893	0,029	0,661
12	3,931	0,355	15,454	0,126	1,395
13	3,953	0,555	15,629	0,307	2,192
14	4,279	0,790	18,306	0,624	3,381
15	4,330	1,129	18,749	1,274	4,886
□	**53,467**	**-8,051**	**193,776**	**22,854**	**-21,159**
Průměr	**3,564**	**-0,537**			

Po dosazení hodnot z tabulky 3:

$$k = \frac{15 \cdot (-21{,}159) - 53{,}467 \cdot (-8{,}051)}{15 \cdot 193{,}776 - (53{,}467)^2} = 2{,}3595 \tag{14}$$

$$q = \frac{193{,}776 \cdot (-8{,}051) - 53{,}467 \cdot (-21{,}159)}{15 \cdot 193{,}776 - (53{,}467)^2} = (-0{,}537) - 2{,}359 \cdot 3{,}564 = -8{,}9472 \tag{15}$$

Aplikací soustavy normálních rovnic lineární regrese získáme předpis lineární funkce ve tvaru:

$$y = 2{,}3595x - 8{,}9472 \tag{16}$$

Důležité je rovněž ověřit míru statistické významnosti vypočítané regresní rovnice. K tomuto účelu se využívá koeficient determinace r^2, který lze interpretovat jako podíl součtu čtverců vyrovnaných (predikovaných) hodnot a součtu čtverců pozorovaných hodnot.

Koeficient determinace r^2 je definován vztahem:

$$r^2 = \frac{(n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i)^2}{[n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2] \cdot [n \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2]} \tag{17}$$

Po dosazení hodnot z tabulky 3:

$$r^2 = \frac{[15 \cdot (-21{,}159) - 53{,}467 \cdot (-8{,}051)]^2}{[15 \cdot 193{,}776 - (53{,}467)^2] \cdot [15 \cdot 22{,}854 - (-8{,}051)^2]} = 0{,}9597 \tag{18}$$

Koeficient determinace nabývá hodnoty mezi 0 a 1. Pokud se koeficient determinace blíží jedné, jedná se o silnou závislost. Naopak, blíží-li se nule, jde o závislost slabou.

Uvedený postup řešení lze také realizovat pomocí dodatečně nainstalovaného doplňku „Analytické nástroje“ v MS Excel. Obrázek 3 zobrazuje výstup po aplikaci doplňku „Analytické nástroje“ – *Data* / *Analýza dat* / *Regrese*. Druhým způsobem může být použití funkcí v MS Excel: SLOPE (*k* – směrnice přímky), INTERCEPT (*q* – průsečík přímky) a druhá mocnina funkce CORREL (r^2 – koeficient determinace). Třetím a patrně v praxi nevíce využívaným způsobem je sestrojení x-y bodového grafu a přidání spojnice trendu se zobrazením rovnice přímky a koeficientu determinace (Obrázek 4).

Regresní statistika	
Násobné R	0,979659782
Hodnota spolehlivosti R	0,959733289
Nastavená hodnota	0,95663585
Chyba stř. hodnoty	0,239593224
Pozorování	15

r^2 - **koeficient determinace**

ANOVA

	Rozdíl	*SS*	*MS*	*F*	*Významnost F*
Regrese	1	17,78676	17,78676	309,8473	1,89013E-10
Rezidua	13	0,746264	0,057405		
Celkem	14	18,53302			

	Koeficienty	*Chyba stř. hodnoty*	*t Stat*	*Hodnota P*	*Dolní 95%*	*Horní 95%*	*Dolní 95,0%*	*Horní 95,0%*
Hranice	-8,947175708	0,481787	-18,5708	9,66E-11	-9,988014007	-7,90634	-9,98801	-7,90634
Soubor X 1	2,359527944	0,134045	17,60248	1,89E-10	2,069940909	2,649115	2,069941	2,649115

***k* - směrnice přímky** ***q* - průsečík přímky**

Obr. 3 Použití analytického nástroje Regrese v MS Excel

Z odvozených vztahů (6 a 7) vyplývá, že hodnota parametru tvaru je rovna směrnici přímky *k*, tudíž:

$$\alpha = k \tag{19}$$

Parametr měřítka □ lze vypočítat z rovnice přímky následujícím způsobem:

$$q = -\alpha \cdot ln(\beta) \tag{20}$$

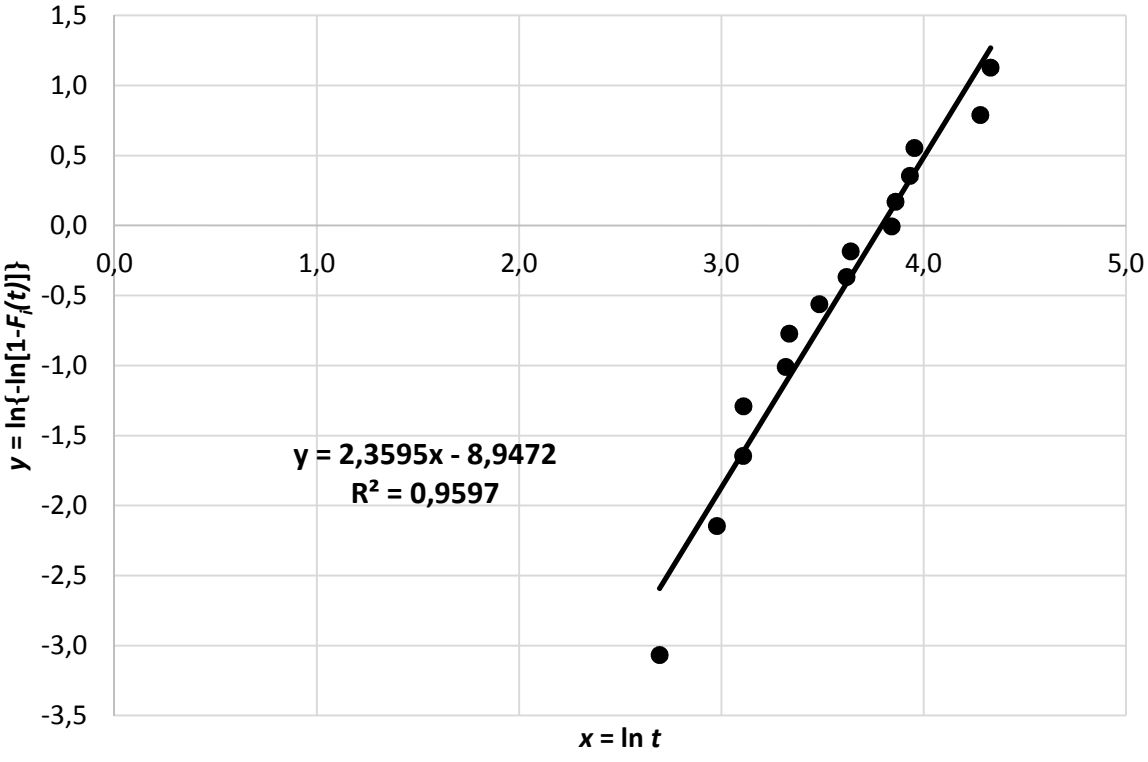
$$ln(\beta) = -\left(\frac{q}{\alpha}\right) \tag{21}$$

$$\beta = exp\left[-\left(\frac{q}{\alpha}\right)\right] \tag{22}$$

Pomocí již odvozených vztahů je možné vypočítat hodnoty parametrů Weibullova rozdělení pro doby provozu do poruchy *t*:

$$\alpha = k = 2{,}3595 \tag{23}$$

$$\beta = exp\left[-\left(\frac{q}{\alpha}\right)\right] = exp\left[-\left(\frac{-8{,}9472}{2{,}3595}\right)\right] = 44{,}34 \tag{24}$$



Obr. 4 Grafické vyjádření výpočtu rovnice přímky pomocí lineární regrese

Celý postup výpočtu parametrů Weibullova rozdělení lze vytvořit v MS Excel pomocí objektově orientovaného jazyka Visual Basic for Applications (VBA). Výhodou tohoto řešení je, že programový kód sleduje počet vstupních hodnot a uživatel nemusí kopírovat vzorce do buněk v závislosti na velikosti souboru vstupních dat. Následující text je věnován syntaxi programového kódu pro výpočet parametru tvaru □, parametru měřítka □, koeficientu determinace r^2 a střední doby provozu do poruchy *E(t)*:

```
Public Sub WeibullPAR()
  Dim i As Long
  Dim NumRows As Long
  Dim dblCorrel As Double
  Dim dblAlpha As Double
  Dim dblBeta As Double
  Dim dblEX As Double

  NumRows = Application.CountA(Range("A:A")) - 1
    Range("A2:A100000").Sort Key1:=Range("A1"), Order1:=xlAscending

  For i = 1 To NumRows
    Cells(i + 1, 2).Value = (i - 0.3) / (NumRows + 0.4)
      Cells(i + 1, 3).Value = Application.WorksheetFunction.Ln _
      (Cells(i + 1, 1).Value)
        Cells(i + 1, 4).Value = Application.WorksheetFunction.Ln _
        (Application.WorksheetFunction.Ln(1 / _
        (1 - Cells(i + 1, 2).Value)))
  Next i

  dblCorrel = (Application.WorksheetFunction.Correl(Range(Cells(2, 3), _
  Cells(NumRows + 1, 3)), Range(Cells(2, 4), Cells(NumRows + 1, 4)))) ^ 2

  dblAlpha = Application.WorksheetFunction.Slope(Range(Cells(2, 4), _
  Cells(NumRows + 1, 4)), Range(Cells(2, 3), Cells(NumRows + 1, 3)))

  dblBeta = Exp(-1 * Application.WorksheetFunction.Intercept(Range _
  (Cells(2, 4), Cells(NumRows + 1, 4)), Range(Cells(2, 3), _
  Cells(NumRows + 1, 3))) / dblAlpha)

  dblEX = dblBeta * Application.WorksheetFunction.Gamma(1 + 1 / dblAlpha)

    Range("G2").Value = dblCorrel
    Range("G3").Value = dblAlpha
    Range("G4").Value = dblBeta
    Range("G5").Value = dblEX
   MsgBox dblCorrel & vbNewLine & dblAlpha & vbNewLine & dblBeta
  Range("A1").Select
End Sub
```

3. Výpočty ukazatelů bezporuchovosti objektů

Po zjištění hodnot parametrů Weibullova rozdělení lze tyto parametry využít ve výpočtech ukazatelů bezporuchovosti (životnosti), tzn. sestrojit průběhy funkcí:

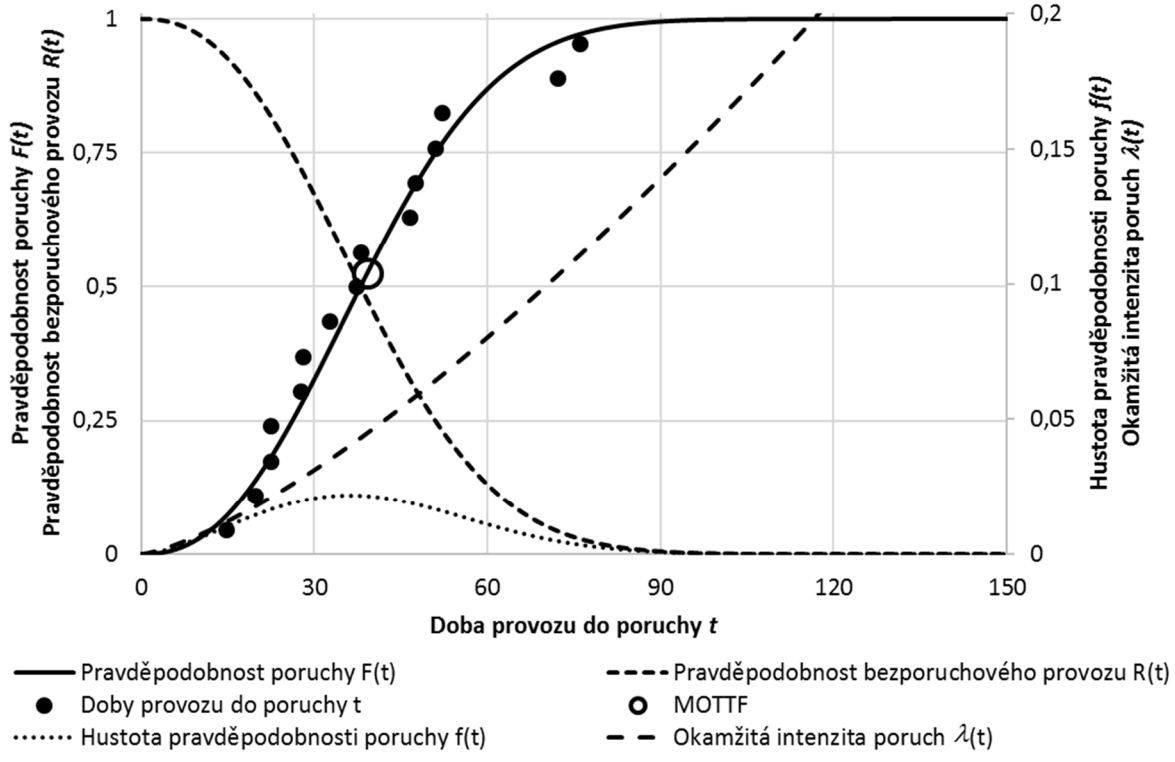
- rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruchy *f(t)*,

- pravděpodobnosti poruchy *F(t)*,
- pravděpodobnosti bezporuchového provozu *R(t)*,
- okamžité intenzity poruch □*(t)*.

V tabulce 4 je uveden přehled vztahů pro výpočet ukazatelů bezporuchovosti (včetně vzorců pro MS Excel) pro provozované objekty.

Tab. 4 Funkční předpisy ukazatelů bezporuchovosti a jejich vzorce v MS Excel

Funkční předpis ukazatele bezporuchovosti	MS Excel vzorec
$f(t) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} \cdot t^{\alpha-1} \cdot exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right]$	WEIBULL.DIST (Kumulativní – 0)
$F(t) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right]$	WEIBULL.DIST (Kumulativní – 1)
$R(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right]$	1 - WEIBULL.DIST (Kumulativní – 1)
$\lambda(t) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} = \frac{f(t)}{R(t)}$	WEIBULL.DIST / (1 - WEIBULL.DIST) (Kumulativní – 0) / (Kumulativní – 1)



Obr. 5 Průběhy funkcí *F(t)*, *f(t)*, *R(t)*, □*(t)* pro vypočítané parametry Weibullova rozdělení včetně zdrojových hodnot doby provozu do poruchy *t* a hodnoty *MOTTF*

Pro úplnost bude vhodné uvést výpočet hodnoty střední doby provozu do poruchy *E*(*t)*, označované též jako *MOTTF* (Mean Operating Time to Failure):

$$E(t) = \ MOTTF = \beta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \tag{25}$$

Při výpočtu *MOTTF* v MS Excel je nutné použít vzorec pro funkci □ - GAMMA.

Po dosazení do vztahu (25):

$$E(t) = \ MOTTF = 44{,}34 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{2{,}36}\right) = 39{,}30 \tag{26}$$

Testování shody empirického a teoretického rozdělení hustoty se nejčastěji prování pomocí testu χ^2.

4. Závěr

Při zpracování dat o spolehlivosti technických systémů představuje Weibullova analýza vhodný nástroj pro zjištění rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruchy *f(t),* respektive distribuční funkce pravděpodobnosti poruchy *F(t)*. V příspěvku je uveden jeden ze způsobů výpočtu parametrů Weibullova rozdělení. Uvedený způsob je zároveň aplikován na simulovaných hodnotách dob provozu do poruchy v tabulkovém procesoru MS Excel včetně využití objektově orientovaného jazyka Visual Basic for Applications.

Získané parametry Weibullova rozdělení lze zároveň využít při aplikaci teorie obnovy pro rozhodování o vhodnosti použití mezi preventivní údržbou a údržbou po poruše.

5. Použitá literatura

[1] ALEXANDER, M. a KUSLEIKA, D. Excel 2016 power programming with VBA. Indianapolis, IN: Wiley, 2016. ISBN 9781119067726.

[2] ČSN EN 61649 (010653): 2009 Weibullova analýza.

[3] ČSN IEC 50(191): 1993 MEDZINÁRODNÝ ELEKTROTECHNICKÝ SLOVNÍK. Kapitola 191: Spoľahlivosť a akosť služieb.

[4] FAMFULÍK, J., MÍKOVÁ, J., KRZYŽANEK. R.: Teorie údržby. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2007. ISBN 978-80-248-1509-1.

[5] HOLUB, R. Bodové a intervalové odhady ukazatelů spolehlivosti. In: Zpracování dat o spolehlivosti z provozu: 7. setkání odborné skupiny pro spolehlivost. Praha: Česká společnost pro jakost, 2002, s. 9-16.

[6] HRUBÁ, J., SLAVÍK, V.: Matematika I. Praha. NORMA, 1998.

[7] LEGÁT, V. a kol.: Management a inženýrství údržby. Professional Publishing, Praha 2016, ISBN978-80-7431-119-2.

[8] LEGÁT, V., STÁVEK, M., ALEŠ, Z.: Preventivní údržba - cesta k vyšší kvalitě a efektivitě výroby. In: Sborník konference Kvalita 2014, Ostrava 2014.

[9] LEGÁT, V., STÁVEK, M., ALEŠ, Z.: Preventivní údržba - cesta k vyšší výrobě a tržbám. In: Sborník konference Národné fórum údržby 2014, Štrbské Pleso, SSÚ Bratislava 2014, ISBN 978-80-554-0880-4.

Kontakt

Ing. Zdeněk Aleš, Ph.D.
prof. Ing. Václav Legát, DrSc.
Česká zemědělská univerzita v Praze, Technická fakulta, katedra jakosti a spolehlivosti strojů,
Kamýcká 129, 165 21 Praha – Suchdol
Tel.: +420 224 383 254, +420 224 383 268, E-mail: ales@tf.czu.cz, legat@tf.czu.cz

ROLE NDT V URČOVÁNÍ ZBYTKOVÉ ŽIVOTNOSTI PRŮMYSLOVÝCH ZAŘÍZENÍ

THE ROLE OF NDT IN REMNANT LIFE ASSESSMENT OF INDUSTRIAL SITES

Tomáš ZAVADIL: ATG (Advanced Technology Group), Ltd. Beranových 65, Prague 9, 199 02, Czech Republic, E-mail: zavadilt@atg.cz, Web: www.atg.cz

1. ABSTRACT

NDT represents an important part of remnant life assessment (RLA) of industrial sites. The purpose is nondestructive inspection of the site's structural members behavior in chosen, potentially critical, areas and extrapolation of this behavior on the whole site.

NDT is an extension of destructive testing on broader part of the site, allowing more comprehensive (and thus more accurate) description of the current status. Together with destructive testing, analysis of the history of the industrial site (thus documentation) and knowledge of used structural members and materials, this provide the assessment of expected residual life, recommended corrective actions (in case of damages areas), and the date of next revisions in order to ensure safe operation of industrial sites in industrial practice. Due to the low costs, versatility, more future potential and easiness to use there is a trend to increase the applicability of NDT in remnant life assessment. Biggest potential in this field has the UT method.

2. INTRODUCTION

The goal of this article is to increase the general understanding of the reader about the importance of remnant life assessment (RLA) as a key inspection approach used to ensure safety and improving profitability of operation of industrial sites.

The article explains *four key objectives*:

1) Driving forces motivating owners to use industrial inspections
2) NDT as one of the inspection approaches
3) RLA as the most comprehensive inspection and its importance
4) Role of NDT in RLA and the value-added generated by broad-scale application

The article is focused on technically educated audience and the author assumes working knowledge of technical approaches utilized during the inspection.

The major outcome of this article for the reader should be:

1) Better familiarity with the *whole production process* and its inspection
2) Understanding of the *real motivation* standing behind the industrial inspection
3) Assessment of importance of RLA and mainly its NDT part

3. NDT IN INDUSTRIAL PRACTICE

NDT (Non-Destructive Testing) is the use of noninvasive techniques to determine the integrity of a material, component or structure or quantitatively measure some characteristics of an object.

The principle of NDT allows the user to access condition of inspected object and put it back to the production/operation, which makes it an ultimate tool for the process.

3.1 Role of NDT

There are various ways how to evaluate the benefits of NDT as an inspection tool. The most important are listed below to make a general overview.

Physical point of view

The most common use of NDT is in searching for discontinuities in the material. But there are other means of use for NDT, as follows:

- *flaw (leak) detection and evaluation,*
- *location determination,*
- *dimensional measurements,*
- *structure and microstructure characterization,*
- *estimation of mechanical and physical properties,*
- *stress (strain) and dynamic response measurements,*
- *material sorting and chemical composition determination.*

Industrial point of view

Industrial sector generally looks at NDT as on a *tool to eliminate waste* in production process and in-service operation and by that to create higher value-added.

NDT generally access the *scrap rate* of the production facility. High scrap rate forces to overproduction to cover the loss. Overproduction means more labor and also raw material (and its inventory). Excess inventory and labor tends to excess movement, complicated organization and longer lead time. Misalignment between the lead time and customer's required takt time may cause loss of competitiveness.

Therefore by accessing the defects as soon as possible during the production can control indirect waste and *provide important cost savings* for the producer.

Economical point of view

The extent of NDT is always dependent on three things: *market demand* (requirements of the customer), *financial aspects* and *safety aspects*.

Externally, the producer always needs to follow the requirement of the customer. If producer (except the very case of market niche, where he is a monopoly) does not follow that requirement, the lower quality of product will make him *non-competitive* and most likely the producer will struggle to keep the job.

Internally, the producer always needs to consider very well, if the cost of NDT that eliminates scrap is lower than the cost of waste generated by the undetected scrap. The chosen option is the one that generates less cost and therefore *higher profit*.

Last but not least, there are cases when government interferes into this process when *safety hazard* is too high. This is a typical case of power industry. The regulation is here to force the producer to ensure the safety of the final product and making the avoidance unfeasible - usually by legal punishments (financial and criminal).

3.2 Application fields of NDT

Below are the steps of production cycle (including in-service operation) where the NDT can be utilized. In all of these steps the driving force for inspection is financial.

Raw product inspection

Raw product generally means any product incoming to the internal production process that is not subject to any processing inside the producer's facility yet.

Raw product inspection helps the producer eliminate the material delivered by the supplier that is essentially wrong. By that NDT decreases the cost of secondary processing on material already doomed to be a scrap at the end of the production.

Raw product inspection is done when the secondary processing is too *cost-sensitive* and/or the scrap created by this processing creates *too much waste*.

Depending on the negotiating power of the producer, this inspection can be passed to the supplier and required as his assurance of quality by inspection of final product.

Secondary processing inspection

Once the raw product enters the internal production process, it is processed and changed towards the desire of the customer. Each stage of the process is a potential source of problems and needs to be controlled. There are two major cases of use:

1) The just finalized product stage was technologically complicated and there is *high risk of defects created.*
2) The next product stage is *time- or cost-sensitive* and processing of defected incoming product would be a *too high cost of waste.*

Inspection during assembly and erection of industrial sites

If the assembly of the product is a complicated process, this alone can be a source of defects that can question the *fitness for service* of such product. This is often a situation of facilities and industrial sites as e.g. refineries, pipelines, pressure vessels etc. If simple product is produced, this step is often skipped.

During inspection of industrial sites the agency problems rises a strong demand of impartiality. In such case we speak about so-called *third-party inspections* (TPI).

Inspection of final product quality

Inspection of final product quality of one company may be often in principle equal to the *raw product inspection* of other (because the leaving final product of one company can become an entering product of other). Therefore it depends on the mutual position of both companies who and how will make this inspection.

Company dominant on the market often forces the second company to accept its rules. It is on the second company than, to take responsibility for whatever is left and that usually means also the raw product / final product quality inspection.

In case the customer is the end user, he has usually the strongest negotiating power (he declares how much he is willing to pay and for what).

In case that such end user is going to operate a dangerous device, governmental regulations can force him to require from the producer higher quality (and pay for it).

In-service inspection (Plant Inspection) / Maintenance

Some complex devices need to be inspected during its life under operation in order to mitigate safety hazard created by further defects development during operation.

Regular checks that validate the fitness for service are usually performed in *power and aerospace industry*. Each industry has different rules how to perform such checks. The power industry and adjacent industries calls this inspection the *Remnant Life Assessment* (RLA).

4. REMNANT LIFE ASSESSMENT

Remnant Life Assessment ensures safe operation of the industrial sites. It assesses the *fitness for service* of industrial facility in the moment, *proposes repairs* necessary to be performed to maintain the operation, and *assess the residual life* of the facility, even when the original designed life is exceeded.

Driving force of demand for RLA is *ensuring safety* and *improving profitability* of operation. RLA is the most complex of all inspections mentioned above.

4.1 Role of RLA

Safety assurance

Operation of power facilities is generally very risky. Any collapse of such facility may cause loss on property and, more importantly, on life. Such condition is unacceptable and thus safety regulations were established in order to eliminate them.

In case of pressure vessels, the European Commission issued the PED (Pressure Equipment Directive) no. 97/23/EC that is enforced in the Czech Republic by law (no. 26/2003 Sb.). The directive provides, together with the directives related to simple pressure vessels (2009/105/EC), transportable pressure equipment (99/36/EC) and Aerosol Dispensers (75/324/EEC), an adequate legislative framework on European level for equipment subject to a pressure hazard. [1]

From 2002 this regulation is obligatory for all producers of pressure vessels in the European Union [1]. Only after satisfying this requirement, the companies can apply their own Quality Management System that will define their assessment of quality.

The main role of RLA in safety assessment therefore is:

- Assurance of general safety operation
- Mitigation of causalities and major safety issues

Profitability improvement

The very point of being an entrepreneur is to maximize the profit. The investment is the better the more profit is generated by the investment in long run and the less expenses are needed to initiate the investment and maintain it.

RLA is an extremely important tool that *enhance the ROI* (Return On Investment - a performance measure used to evaluate the efficiency of an investment) of industrial sites by mitigation of failures during operation, unexpected shutdowns, safety issues and, most importantly, by extension of the life under operation.

A shutdown of a facility that is using a boiler to produce superheated vapor for technology or generation of electricity may *cost up to hundreds of thousands USD for each single day*.

The major benefits of correct utilization of RLA are as follows:

- Shorter, less and controlled shutdowns with generally lower expenses
- Longer life under operation before replacement
- Lower and planned expenses on fewer major repairs
- Mitigation of expenses related to safety issues

The major financial consequences (easily trackable in Income Statement):

- *Higher Total revenue* by more days under operation per year
- *Lower Operating expenses* by keeping repairs, labor and safety in control
- *Higher Net profit* (= Total revenue – Costs of goods – Operating expenses)
- *Higher Salvation Cost* of the facility as a marketable asset by keeping the facility in a good shape

4.2 Inspection requirements and steps

In order to perform the RLA correctly to provide the benefits discussed there are several requirements (steps) to follow to perform the RLA as a controlled process.

Physical and material engineering background

Every RLA inspector performing the assessment needs to be familiar with *general topics of material engineering*: fatigue, corrosion, heat treatment, fracture mechanics, elastomechanics, plasticity, metallography, fractography, destructive testing, NDT etc.

Missing information about this matter would make inspector incompetent due to missing understanding of physical limitations of inspected parts.

Knowledge of production and maintenance documentation

RLA inspector needs to be *familiar, know how to use and well understand the production and maintenance documentation* in order to correctly choose and concentrate on critical points (areas) to be inspected.

This needs to be assessed before performing the on-site inspection. In majority of situations the inspector needs to understand the topics in Exhibit **1**.

Exhibit 1: Most important standards for production, erection and maintenance of industrial sites in power industry including the supportive equipment includes requirements for construction in which the production equipment for superheated gas is put into, the production equipment (pressure vessels and pipings), the system

of product distribution to the customer and storage equipment if the product is not going to be used immediately [3-5].

Facility unit	EU production standards	US production standards	Shop/Site inspection	Plant inspection
Construction	EN 1090	AWS D1.1	According to the production standards	API 620
Boiler/pressure vessel	EN 13 445	ASME BPVc		API 510
Piping system	EN 13 480	ANSI B31		API 570
Product distribution	EN 12 372	API 1109		API 570
Product storage	EN 12 285	API 650		API 653

Knowledge of the history of operation

Knowledge of the real production (changes against documentation) and major events of the operation are totally crucial, because the operation may cause the initial conditions change to much more unpleasant state.

Any kind of significant repair, longer and unplanned shutdown, critical operations, or any significant results of previous inspections in general (including previous RLA) can give the inspector important hints about the facility´s current condition and help him to define critical areas that need special attention during the inspection process.

On-site inspection

On-site inspection can be performed only after the knowledge of the history of the facility and analysis of expected problems. Only after that it is possible to maximize the efficiency of RLA inspection to the desire of the customer and ensure, that nothing serious in the history was left behind.

The inspection itself consists of non-destructive testing (usually VT, UT, MT, PT), semi-destructive testing (hardness testing) and various destructive tests (tensile strength test, bend test, Charpy's impact test etc.).

By far the biggest portion is done by NDT as an approach to find critical defects, assess general facility condition, and also as a support for the other tests (e.g. selection of appropriate places to perform other tests etc.).

Inspection has to be thorough and cannot eliminate any place that is considered critical when under operation (place where presence of unacceptable defects is expected and the malfunction can lead to shutdowns or be subject to safety hazard).

When all results are collected, inspector needs to prepare an inspection report that informs about the inputs, describe the inspection process and provide output information that can be directly assessed by the owner´s representatives (Revision Control Technician, Quality Manager, Chief Financial Officer, Owner).

Fitness for service assessment

Fitness for service defines the conditions under which the industrial site can be continually operated. If there are obvious requirements to perform repairs, the RLA

inspector should recommend them. If no operation is acceptable, inspector should define why and under which conditions this can be reverted.

Revision technician is not bound by this recommendation, but if an underestimation of general condition will be proved during fatal accident and RLA inspector will provide proof of his correct assessment, the technician takes the full responsibility. The recommendation of the RLA inspector is thus usually undisputable.

Remnant life assessment

Second aspect is to *assess the residual life* of the site. This defines how long the site can be further operated with mitigated risk of fatal failure. This is important especially in case the original designed life of the facility is overdue and the owner wants to maximize the efficiency by keeping it afloat as long as possible.

Usually the inspector also provides a deadline for recommended revision (next RLA) that will confirm this status. This inspection is always before the end of the expected life analyzed during the inspection and can be further adjusted by standards. EU standards usually require assessment in at least every 20% of the projected life

4.3 Implications

The inspector has to have a working knowledge of the whole facility on the extent far greater than any employee in the facility, despite he has only a very limited time to get to know it. Based on this knowledge he is required to make clear decisions and recommendations for further operation of the site.

It is extremely important to understand, that the inspector takes full responsibility for the performance of the inspection and principal process correctness of his approach. If his method would be flawed and the recommendation provided causes a serious operational issue on site, he can be subject to legal disputes or punishments.

5. ROLE OF NDT IN RLA

5.1 Goals of inspection in general

The goal of inspection is to find critical areas that can cause the collapse or whose collapse would make severe damage, and get them under control. The sources of these critical points are ongoing degradation in the means of:

- *Fatigue*
- *Corrosion*
- *Creep*
- *Overheating*
- *Construction and material defects*
- *Other means of damage*
- *Human factor – the behavior of the staff*

5.2 Methods conventionally used in RLA

RLA as a maintenance inspection uses a broad range of NDT methods. Basic description of the most important ones is described below:

Visual Testing (VT)

Visual testing is the most essential method for its easiness of use, low cost-sensitivity and great extent of applications.

VT assesses the general condition of the whole site – an advantage that no other means of inspection can provide. This includes important *assessment of the human factor*, therefore how the employees of the facility treat the devices under operation.

VT also provides a *quick evaluation of critical areas*. It is obvious that there is no reason to use sophisticated methods as ultrasound or X-ray when defects are clearly visible on the first look.

Last but not least, VT is a great tool for support of all other applications, e.g. by choice of correct places where other tests shall be performed, or by assessing the approximate results for situations other methods cannot provide reliable results (e.g. when accessibility is limited – remember, that any inspection (even as simple as VT) is always better than none).

Ultrasonic Thickness Testing (UTT)

The *corrosion and abrasion* are a serious means of degradation that is usually distributed on majority of places on industrial sites under long operation. A reliable assessment can be ensured by complex monitoring. That includes a complete visual inspection and wall thickness measurement on visually pinpointed areas.

UTT is a technique allowing non-destructive measurement on statistically significant number of places that ensures reliable information about the general condition of corrosion/abrasion degradation in critical (but not all) areas.

Ultrasonic Hardness Testing (UHT)

Devices of the facility under operation are often exposed to high temperatures that may cause a secondary *overheating degradation* of structural members used.

UHT is a portable hardness testing (HT) technique allowing field measurement of material hardness that is directly proportional to the ultimate tensile stress. Hardness is conventionally measured on statistically significant number of places chosen by knowledge of the documentation of the device and knowledge of its operation.

This technique doesn’t provide so accurate results as the conventional HT, however it allows measurement of parts that cannot be dismantled and measured in lab.

Magnetic-particle Testing (MT) and Penetrant Testing (PT)

Welds are especially crucial points of interest due to significant human factor involved in the production as well as the complexity of the welding process in general.

MT and PT are two NDT methods especially suitable to quick analysis of the critical structural parts of the device – welds and their heat affected zone. MT is suitable for ferromagnetic materials, whereas PT is usually utilized for para- and diamagnetic material. Other NDT methods are usable for welds too, but these two are used in RLA because of their time-efficiency end simplicity of results´ evaluation.

5.3 Advantages of NDT in RLA

There are some indisputable advantages of NDT over any other means of industrial inspection as a part of RLA. The most important (among others) are the following:

1) Speed of testing
2) Financially inexpensive
3) Ability to test up to 100% of devices and up to 100% of volume

The first two has strong impact for the owner, who is losing up to hundreds of thousands USD per day during each shutdown. Therefore the owner prefers to keep the shutdown as short as possible if DT can be replaced by NDT with no significant loss of results reliability, the owner can benefit from it greatly.

There are also some disadvantages, whereas the most important is that till recently NDT wasn't able to assess well the material characteristics. However the recent development (especially in utilization of UT) obviously brings the winds of change.

5.4 Expected future development

Each of the testing listed in On-site inspection has its role in the process and it is not possible to clearly define which is more important. It is however obvious, that what can be substituted by NDT with sufficient results reliability and accuracy, that will be substituted in the future to minimize expenses and extend the inspection range.

Utilization of Ultrasonic Testing to assess the creep and overheating condition

The UT method has by far the biggest potential. There is known ability to assess the creep development conditions and overheating in lab conditions and there is a research performed on real samples from industrial sites [5].

The approach used is based on measurement of longitudinal, transversal and Raileigh waves combined together and processed by multiparameter analysis. Despite recorded ability to perceive the results, the approach wasn't able to be used in practice due to equipment abilities limitation. However the recent results of A. A. Karabutov from Lomonosov Moscow State University have good chance to overcome the issue [6].

6. CONCLUSION

The production process (and life under operation) of industrial products (e.g. pipes, pressure vessels, storage tanks, etc.) is a complex process that needs to be verified.

The driving force that motivates to use the inspection of the process is always financial (cost of scrap compared to cost of inspection). The financial aspect however can be further controlled by the demand of the customer (requirement of quality) and by the demand of the government (requirement of safety).

NDT is an important tool that is utilized in every single sub-process of production and life under operation. Its main advantages are speed of testing, low expenses, versatility and ability to control up to 100% of parts and up to 100% of volume.

In the special case of power industry governmental regulations force the companies operating power facilities to perform the remnant life assessment (RLA) that provides assessment of fitness for service and residual life of the facility. By RLA, company managers want to ensure themselves their facility complies with the governmental regulations and control the expenses and return on investment of the facility.

NDT is an important part of the RLA inspection and there is an expectation its role will be more dominant in the future due to new abilities from by latest development.

7. REFERENCES

[1] EC. *Pressure Equipment Directive* [online] [cit. 2015-06-23] URL: http://ec.europa.eu/_enterprise/sectors/pressure-and-gas/documents/ped/index_en.htm

[2] American Petroleum Institute. *API 510 – Pressure Vessel Inspection Code: Maintenance Inspection, Repair & Alteration*. 9th edition, USA, 2006. 56 p.

[3] American Petroleum Institute. *API 570 – Piping Inspection Code: In-service Inspection, Repair, and Alteration of Piping Systems*. 3rd edition, USA, 2009. 65 p.

[4] American Petroleum Institute. *API 653 – Tank Inspection, Repair, Alteration, and Reconstruction*. 4th edition, USA, 2012. 152 p.

[5] ZAVADIL, T. *Use of NDT methods for detection of microstructure changes of steels when performing remnant life assessment of industrial sites*. Prague, 2012. 83 p.

[6] KARABUTOV A.A. et al. *Laser ultrasonic diagnostics of residual stress. Ultrasonics*. Elsevier Science, Moscow, 2008. pp. 631-5.

Metodický postup při prokazování ukazatele bezporuchovosti a životnosti pístových spalovacích motorů

RNDr. Anna Mládková, CSc.

1. Parametrická metoda k prokázání pravděpodobnosti bezporuchového provozu během dané zkušební doby.

Při prokazování ukazatelů bezporuchovosti součástí spalovacích motorů se vychází z ověřeného předpokladu, že doby do poruchy nebo mezi poruchami se řídí Weibullovým zákonem rozdělení [1]. Statistikou přejímku však nebudeme provádět vzhledem ke známému parametru tvaru *b*, ale nás zajímá předpis pro střední dobu bezporuchového provozu daného ukazatele Θ, který je vázán s charakteristickou dobou života neboli parametrem měřítka *a* dle vztahu:

$$a = \frac{\Theta}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)} \qquad (1.1)$$

Budeme předpokládat přejímku srovnáním, tzn. že není třeba znát přesnou dobu do selhání prvku, ale pouze počet poruch během stanovené zkušební doby $(0, t_z)$. Při přejímce se bude postupovat takto:

a) Z dodávky výrobků se namátkově vybere soubor o rozsahu *n*.
b) Provede se zkouška bezporuchovosti během dohodnuté zkušební doby t_z.
c) Zaznamená se počet poruch *r* během této zkušební doby.
d) Dodávka se přijme, je-li $r \leq c$, jinak se zamítne.

Uvedeným postupem je možno provádět zkrácené zkoušky, poněvadž lze zaznamenat $c + 1$ poruch dříve, než uplyne zkušební doba $(0, t_z)$, a zkoušku ukončit.

Možnost použít obvyklé přejímací plány *(n, c)* v případě zkoušek bezporuchovosti výrobků s Weibullovým rozdělením závisí na tzv. převodní funkci, která vztahuje pravděpodobnost poruchy (selhání) *p* k poměru t_z/Θ, kde t_z znamená zkušební dobu a Θ střední dobu do poruchy. Uvedený poměr pro dané hodnoty *p* a b je tabelován v normě [2]. Pro praktické využití uvedených tabulek jsou určeny následující vstupní údaje

N	rozsah souboru
$t_0 = t_z$	zkušební doba
$\lambda_1(t_z)$	přípustná intenzita poruch v okamžiku $t_0 = t_z$
$\lambda_1(t_z) = b/a \,.\, (t_z/a)^{b-1}$	
$\lambda_2(t_z)$	nepřípustná intenzita poruch v okamžiku $t_0 = t_z$
$\lambda_2(t_z) = b/a \,.\, (t_z/a)^{b-1}$	
a	parametr měřítka, viz vztah (1.1) výše
b	parametr tvaru

Uvedený obecný postup přejímky budeme nyní aplikovat na konkrétní příklad.

Má se určit přejímací plán na ověření nepřípustné intenzity poruch pro soubor vstřikovacích trysek, pro které má být pro předepsanou dobu provozu Θ = 3 500 hodin nepřípustná intenzita poruch $\lambda_2(\Theta)$ = 0,0004. Dohodnutá zkušební doba t_z =

1 000 hodin. Doba bezporuchového provozu se řídí Weibullovým rozdělením s parametrem tvaru b = 2,5.

Postup určení:

Pro dané Θ = 3 500 a t_z = 1 000 se vypočte Θ / t_z = 3,5. Z tabulky 5 uvedené normy [2] se určí, že pro b = 2,5 je nejbližší hodnotě 3,5 hodnota 3,38, takže $\lambda(\Theta) / \lambda(t_z)$ = 3,38. Na základě uvedeného poměru o hodnotě 3,38 a $\lambda_2(\Theta)$ = 0,0004 se vypočte $\lambda_2(t_z) = \lambda_2(\Theta)/3{,}38$ = 0,0001183 a tedy $100 . t_z . \lambda_2(t_z)$ = 100 . 1 000 . 0, 0001183 = 11,83.

Z tabulky 4 téže normy se zjistí, že pro b = 2,5 jsou pro hodnotu 11,83 nejbližší následující hodnoty s příslušnými hladinami významnosti:

K …. 11 … 6,5 %

L …. 11 … 10,0 %

M … 12 … 15,0 %

Pro stanovení nejvýhodnějšího přejímacího plánu je nutné určit přípustnou intenzitu poruch $\lambda_1(\Theta)$ pro každou ze tří výše uvedených variant pro předepsanou dobu provozu Θ = 3 500 h.

Z tabulky 3 téže normy se pro b = 2,5 naleznou hodnoty $100 . t_z . \lambda_1(t_z)$, odpovídající každé úrovni významnosti, tj. 0,16; 0,25; 2,51 a bude platit:

$$\lambda_1(t_z) = (0{,}16; 0{,}25; 2{,}51) / 100 . 1\,000$$

Na základě vztahu $\lambda_1(\Theta) / \lambda_1(t_z)$ = 3,38 se určí $\lambda_1(\Theta)$. Výsledky výpočtu jsou uvedeny v níže uvedené tabulce 1.

CL	AQL (%)	$100 . t_z . \lambda_1(t_z)$	$\lambda_1(t_z)$	$\lambda_1(\Theta)$
K	6,5	11	$1{,}6 . 10^{-6}$	$5{,}41 . 10^{-6}$
L	10	11	$2{,}5 . 10^{-6}$	$8{,}45 . 10^{-6}$
M	15	12	$3{,}78 . 10^{-5}$	$12{,}78 . 10^{-5}$.

Tabulka 1

Po zhlédnutí tabulky 1 budeme předpokládat, že nejvýhodnější přejímací plán bude ten, který vychází z kódového písmene CL = K a $\lambda_1(\Theta) = 5{,}41 . 10^{-6}$. Potom z tabulky 2 uvedené normy [2] odečteme pro CL = K a pro přípustnou úroveň vadnosti AQL = 6,5 % přejímací plán n = 125 s přejímacím číslem A_c = 2.

Závěr příkladu:

Z ověřovaného souboru se náhodně vybere 125 vstřikovacích trysek, které se podrobí zkoušce po dobu t_z = 1 000 hodin. Počet nevyhovujících trysek v této zkušební době bude r.

Soubor se přijme, jestliže $r \leq 2$. Soubor se zamítá, jestliže $r \geq 3$.

2. Výpočet ukazatelů životnosti prvků

Ke stanovení ukazatelů životnosti, jmenovitě technického života neobnovovaných prvků, se vychází z dominujícího mechanizmu poruch prvků, které limitují technický

život motoru jako celku. Z praktické zkušenosti je známo, že ze všech vyskytujících se mechanizmů poruch převládá opotřebení (téměř z 80 %), takže jeho velikost v závislosti na čase je základním faktorem, využívaným k určování technického života prvků.

Rychlost opotřebení w_{si} prvku ze určí dle vztahu

$$w_{si} = (Z_{si} - Z_{soi}) / t_{si}, \qquad 2.1$$

kde Z_{si} = rozměr i-tého prvku, měřený po skončení zkušební doby;

Z_{soi} = rozměr prvku po skončení záběhu; jestliže záběhové opotřebení není možné změřit, připouští se uvažovat pro výpočet rozměr prvku měřený při montáži motoru;

t_{si}, = doba provozu i-tého prvku.

Střední rychlost opotřebení prvků $\bar{w}_s$ daného typu se vypočte dle vztahu (6.46) [4]. Směrodatná odchylka σ_{ws} rychlosti opotřebení se odhaduje podle vztahu (6.47) [4].

Pro horní konfidenční mez střední rychlosti opotřebení platí vztah

$$w_{sH} = \bar{w}_s + t_{1-\alpha} \,.\, \hat{\sigma}_{ws} / (q_s \,.\, n)^{1/2}, \qquad 2.2$$

kde $t_{1-\alpha}$ = $(1 - \alpha)$ kvantil Studentova rozdělení o $\nu = q_s \,.\, n - 1$ stupních volnosti na hladině významnosti α; viz tab. III.13 [5].

p-kvantil rychlosti opotřebení w_{sp} lze určit dle rovnice

$$w_{sp} = \bar{w}_s + u_p \,.\, \hat{\sigma}_{ws}, \qquad 2.3$$

kde u_p = p-kvantil normálního rozdělení; viz tab. III.10 [5].

Horní konfidenční mez gamaprocentní rychlosti opotřebení prvků je možné odhadnout takto:

$$w_{spH} = w_{sp} + t_{1-\alpha} \,.\, \hat{\sigma}_{ws} / (q_s \,.\, n)^{1/2} \qquad 2.4$$

Střední technický život $\Theta_{\check{z}s}$ prvku do dosažení jeho mezního rozměru Z_{sm} se odhaduje pomocí vzorce

$$\Theta_{\check{z}s} = \bar{t}_{\check{z}s} = (Z_{sm} - \bar{Z}_{s0}) / \bar{w}_s, \qquad 2.5$$

kde $\bar{Z}_{s0} = (1 / q_s \,.\, n) \,.\, \sum_{i=1}^{qs \,.\, n} Z_{soi}$ je střední hodnota počátečního rozměru Z_{soi}.

Dolní konfidenční mez středního technického života se vypočte podle vztahu

$$\Theta_{\check{z}sD} = (Z_{sm} - \bar{Z}_{s0}) / w_{sH}. \qquad 2.6$$

Pro výpočet p-kvantilu technického života se použije vztah

$$t_{\check{z}sp} = (Z_{sm} - \bar{Z}_{s0}) / w_{sp}. \qquad 2.7$$

3. Prokazování ukazatele životnosti

U strojírenských výrobků, vyznačujících se střední dobou do odpisu okolo 20 let, je možné se setkat s problémem, jak prokázat ukazatele životnosti, které výrobce uvádí v technických podmínkách.

Z ekonomického ani praktického hlediska není únosné zkoušet větší počet výrobků tak dlouho, až je dosaženo mezního stavu součásti (a tím poruchy), který limituje technický život daného typu výrobku. Je však možné, za předpokladu znalosti převládajícího mechanizmu poruch u kritických součástí, posoudit, případně ověřit technický život během dohodnuté zkušební doby na základě určitého počtu měření veličiny, charakterizující příslušný mechanizmus poruchy (např. rozsah nebo rychlost opotřebení).

Při běžné aplikaci se předpokládá lineární průběh poškozovacího procesu, který lze vyjádřit obecným vztahem

$$w(t) = w_z + u.t, \qquad 3.1$$

kde $w(t)$ = rozsah poškozovacího procesu během interalu (0, t),

w_z = velikost poškozovacího procesu po skončení záběhu výrobku,

t = doba provozu,

u = parametr, charakterizující rychlost poškozovacího procesu.

Je-li uvažovaným poškozovacím procesem opotřebení, bylo ověřeno, že nejcitlivější metodou ke zjišťování jeho rozsahu či rychlosti je metoda radioaktivních indikátorů.

4. Praktická aplikace metody radioaktivních indikátorů

Při návrhu prokazování ukazatele životnosti pístového spalovacího motoru se vycházelo z mnoha lety potvrzené skutečnosti, že faktorem, který limituje dobu technického života do střední opravy při normálním provozu v souladu s předepsanými provozními podmínkami , je opotřebení pouzdra válce v místě doběhu prvního pístního kroužku a opotřebení tohoto kroužku. Matematický model procesu opotřebení, získaný na základě dlouhodobých zkoušek, je analogický obecnému tvaru (3.1).

Ke zjištění rozsahu a tím rychlosti opotřebení u dvou modifikací středně rychloběžného motoru, a to motoru M1 a motoru M2, bylo použito uvedené metody radioaktivních indikátorů.

V obou případech byla aktivována tři pouzdra válců a tři horní pístní kroužky. Aktivace vnitřního povrchu pouzder byla provedena protony na cyklotronu v přesně vymezeném pásmu od místa doběhu 1. pístního kroužku. Pístní kroužky, chráněné speciálním ozařovacím pouzdrem, byly celoobjemově aktivovány neutrony přímo v aktivní zóně jaderného reaktoru.

Hodnoty měření, získané uvedenou metodou, byly vyjádřeny v mg otěru železa pouzder válců a v mg otěru chromu pístních kroužků. Statistickým zpracováním byly aplikací metody nejmenších čtverců – při respektování různé šířky ozářeného pruhu obou typů pouzder válců a chromu pístních kroužků a s ohledem na geometrické rozměry těchto součástí před zkouškou získány následující vztahy, vyjadřující závislost velikosti opotřebení v µm tloušťky stěny na čase.

Pro motor M1:

$$w_v(t) = 6,\ 10244 + 0,00729\ .\ t, \qquad 4.1$$

kde $w_v(t)$ = úbytek tloušťky stěny pouzdra válce v místě doběhu 1. pístního kroužku v µm,

t = doba zkoušky (339,0 h),

n = 37 (počet hodnot měření).

Pro motor M2:

$$w_v(t) = 2,12 + 0,00855\ .\ t, \qquad 4.2$$

kde $w_v(t)$ = úbytek tloušťky stěny pouzdra válce v místě doběhu 1. pístního kroužku v µm,

t = doba zkoušky (207,5 h),

n = 20 (počet hodnot měření).

Obdobným způsobem byly získány lineární závislosti pro otěr chromu pístních kroužků.

Pro motor M1:

$$w_k(t) = 32,02 + 0,02542\ .\ t, \qquad 4.3$$

kde $w_k(t)$ = úbytek vrstvy chromu 1. pístního kroužku v µm,

t = doba zkoušky (339,0 h),

n = 37 (počet hodnot měření).

Pro motor M2:

$$w_k(t) = 12,9639 + 0,03125\ .\ t, \qquad 4.4$$

kde $w_k(t)$ = úbytek vrstvy chromu 1. pístního kroužku v µm,

t = doba zkoušky (207,5 h),

n = 20 (počet hodnot měření).

Uvedené modely opotřebení pro pouzdra válců daných typů motorů je možno porovnat s modelem opotřebení naftového motoru M3, který byl získán na základě dlouhodobých měření z provozu (6 000 až 11 000 h), ovšem bez znalosti opotřebení po skončení záběhu, a to ve tvaru

$$w_v(t) = 0,013065\ .\ t, \qquad 4.5$$

kde $w_v(t)$ = úbytek tloušťky stěny pouzdra válce v místě doběhu 1. pístního kroužku v µm.

Pro zjednodušení dalšího výkladu při využití získaných modelů opotřebení k prokázání ukazatele životnosti motorů se nyní zaměříme jen na pouzdro válce motoru M1.

Ze vztahu (4.1) vyplývá, že střední rychlost opotřebení pouzdra válce $\bar{u}_v$ = 0,00729 µm/h. Bodový odhad směrodatné odchylky rychlosti opotřebení σ_w má číselnou hodnotu $\hat{\sigma}_w$ =

2,2122 . 10 $^{-3}$ µm/h (z n = 37 údajů).

Dle vztahu (2.2), pro q_s = 3, vypočteme horní konfidenční mez střední rychlosti opotřebení pro zvolený konfidenční koeficient γ = 90 %, tj. u_{Hv} = 9, 9542 . 10^{-3} µm/h.

Této hodnoty nyní využijeme k výpočtu dolní konfidenční meze středního technického života pouzdra válce použitím vztahu (2.6), známe-li mezní hodnotu opotřebení, tj. 225 µm pro daný typ motoru, takže $\Theta_{\check{z}sD}$ = 21 990 h.

Ke stanovení zaručeného technického života, tj. p-kvantilu na zvolené konfidenční úrovni γ = 90 %, potřebujeme stanovit p-kvantil rychlosti opotřebení u_p (t_z) využitím rovnice (2.3), tj. u_p (t_z) = 0,01992 a potom pomocí vztahu (2.7) určíme $t_{\check{z}p}$ = 10 989 h.

Jak budeme dále postupovat při statistické přejímce, vyplyne z níže uvedené metodiky.

5. Metodický postup při prokazování ukazatele životnosti pístových spalovacích motorů

K prokázání ukazatele životnosti souboru výrobků z n měření sledované veličiny na základě testu významnosti t lze použít statistickou přejímku měřením, a to zejména tam, kde dochází k systematickému zhoršování technického stavu výrobku (např. opotřebením součásti).

Obecný postup lze shrnout do následujících bodů:

a) Volba vhodné metodiky z hlediska měření opotřebení zvolené třecí dvojice, limitující technický život výrobku.

b) Volba předepsané hodnoty $w_0(t_z)$ sledované veličiny, která charakterizuje přípustnou hodnotu ukazatele životnosti motoru.

c) Testování normality naměřených hodnot opotřebení v jednotlivých časových intervalech pomocí W-testu; [3], tab. 15, příl. 2.

d) Výpočet aritmetického průměru $\overline{w}(t_z)$ z n měření , který je odhadem střední rychlosti opotřebení, a směrodatné odchylky $s_{w(tz)}$.

e) Volba testové charakteristiky a její výpočet.

f) Zjištění kritické hodnoty t-testu pro $\nu = n - 1$ stupňů volnosti na hadině významnosti α.

g) Porovnání testové charakteristiky s kritickou hodnotou. Je-li $t \leq t_\alpha(n - 1)$, lze soudit na hladině významnosti α, že průměrná hodnota $w(t_z)$ není statisticky významně odlišná od požadované hodnoty $w_0(t_z)$ a bude možno rozhodnout o přijetí přejímaného motoru či celé dávky motorů. Bude-li kritická hodnota větší než testovaná charakteristika, přejímka se neuskuteční.

Příklad praktické aplikace uvedeného obecného postupu je uveden pro motor M1.

S ohledem na požadovaný technický život do generální opravy motoru $\Theta_{\check{z}}$= 30 000 h zvolíme pro danou mezní hodnotu opotřebení pouzdra válce w_m = 225 µm. Z toho vyplývá požadovaná hodnota $w_0(t_z)$ = 7,5 . 10^{-3} µm/h.

Z naměřených hodnot opotřebení otestujeme na hladině významnosti α = 0,01 hypotézu, že rychlosti opotřebení v určitých časových intervalech mají normální rozdělení. Pomocí W-testu pro n = 37 hodnot obdržíme W = 0,98 jako hodnotu testového kritéria.

Pro danou hladinu významnosti α = 0,01 se z tab. 15 v příloze 2 normy [3] vyhledá příslušná hodnota $W^* = 0{,}914$. Kritický obor tedy tvoří hodnoty $W < 0{,}914$.

Jelikož jsme výpočtem obdrželi hodnotu W = 0,98, která nepatří do kritického oboru, protože je větší než tabelovaná hodnota $W^* = 0{,}914$, není důvod k zamítnutí testované hypotézy, že jednotlivé rychlosti opotřebení během jedné realizace mají normální rozdělení.

Z n = 37 měření vypočteme aritmetický průměr $\bar{w}(t_z)$ = 7,69982 . 10^{-3} µm/h, který je odhadem střední rychlosti opotřebení, a $s_{w(tz)}$ = 2, 21215 . 10^{-3} µm/h. Potom zvolíme testovou charakteristiku dle vztahu (8.5) z [4] a provedeme výpočet:

$$t = [(7,69982 \cdot 10^{-3} - 7,5 \cdot 10^{-3}) / (2,21215 \cdot 10^{-3})] \cdot \sqrt{37},$$

$$t = 0,54945.$$

Z tabulek určená kritická hodnota t-testu pro ν = 36 stupňů volnosti na zvolené hladině významnosti α = 0,01 má hodnotu $t_{0,1}(36) = 1{,}282$.

Poněvadž $t < t_{krit}$, usuzuje se, že na hladině významnosti α = 0,01 je průměrná hodnota

$\bar{w}(t_z)$ statisticky nevýznamná od požadované hodnoty $w_0(t_z)$ = 7,5 . 10^{-3} a bude možno rozhodnout o přijetí daného typu motoru.

6. Závěr

Postup k prokázání pravděpodobnosti bezporuchového provozu během dané zkušební doby, který vycházel z ověřeného předpokladu, že doby do poruchy nebo mezi poruchami se řídí Weibullovým zákonem rozdělení a za předpokladu přejímku srovnáním, je možné využít k provádění zkrácených zkoušek.

Naproti tomu navržená metodika prokazování technického života limitujících prvků pomocí krátkodobé zkoušky, která je založena na předpokladu lineárního průběhu kumulace poškození – v tomto případě opotřebení – se může použít i k porovnání vhodnosti různých konstrukčních řešení a použitých materiálů už při vývoji prototypu výrobku.

7. Použitá literatura

[1] Janoušek Petr: Modely spolehlivosti naftových motorů. – Kandidátská dizertační práce. VÚ ČKD, Praha. – 1974.

[2] ČSN 01 0652 Spolehlivost v technice. Přejímací plány srovnáním jedním výběrem založené na Weibullově rozdělení doby bezporuchového provozu. – ÚNM, Praha. – 1983.

[3] ČSN 01 0225 Aplikovaná statistika. Testy shody empirického rozdělení s rozdělením teoretickým. – ÚNM, Praha. – 1980.

[4] Mládková Anna: Kandidátská dizertační práce. FS ČVUT, Praha. – 1987.

[5] ČSN 01 0103 Výpočet ukazatelů spolehlivosti dvoust. soustav. – ÚNM, Praha. – 1975.

ISBN 978-80-02-02696-9
Weibullovo rozdělení náhodných veličin,
Sborník přednášek, kolektiv autorů, 1. vydání, rok vydání: 2016, vazba brožovaná, 40 stran